$\Leftrightarrow CO' = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)AC = \frac{\sqrt{2}}{2}AC.$

• $f(A) = A' \Rightarrow \frac{CA'}{AC} = \sqrt{2} \Leftrightarrow CA' = \sqrt{2}\,AC.$

b) $CO' = \frac{\sqrt{2}}{2}AC = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}\,AC\right) = \frac{1}{2}CA'$

de plus $O' \in [CA']$

D'où $O'=C * A'$.

c) On a $O = C * A$ donc $f(O) = f(C) * f(A) = C * A'$

et puisqu'on a montrer que $O'=C * A'$

$\Rightarrow f(O) = O'$.

EXERCICE 2

B_1 contient : 2 boules rouges et une noire

B_2 contient : 2 boules rouges et deux noire

1)a) A se réalise quand on tire soit 2 boules rouges soit 2 boules noires.

$A = (E \cap A) \cup (\overline{E} \cap A)$ et $(E \cap A) \cap (\overline{E} \cap A) = \emptyset$

$\Rightarrow p(A) = p(E).p(A/E) + p(\overline{E}).p(A/\overline{E})$

$= \frac{1}{2} \times \frac{C_2^2}{C_3^2} + \frac{1}{2}\frac{C_2^2 + C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$

b) Sachant que les deux boules tirées sont de même couleur

C'est a dire sachant A est réalisé.

Donc le démondé est de calculer la probabilité de E sachant que A est déjà réalisé.

$p(E/A) = \frac{p(E \cap A)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{C_2^2}{C_3^2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$

2)a) X: n répétitions $\mapsto$ nombre de réalisation de A

Comme les répétitions sont indépendantes alors X suit une loi Binomiale de paramètres n (nombre de répétitions) et $p=p(A)=\frac{1}{3}$.

Par suite pour k un entier naturel inférieur ou égal à n,

$p(X = k) = C_n^k\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{n-k}.$

b) $E(X) = np = \frac{n}{3}.$

c) Désignons par D_n : obtenir, au bout des n tirages, au mois une fois A

$\Rightarrow \overline{D_n}$: obtenir, au bout des n tirages, zéro fois A.

Ainsi $p(\overline{D_n}) = p(X = 0) = C_n^0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{n-0} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

D'où $p_n = p(D_n) = 1 - p(\overline{D_n}) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n.$